CLASA A VIII-A
ENUNȚURI

SUBIECTUL 1.

1. Se consideră numerele reale a şi b, astfel încât $|a|>|b|$. Demonstraţi

a) (5p) egalitatea: $\frac{2a+b}{a-b}+\frac{2a-b}{a+b}=4+\frac{6b^2}{a^2-b^2}$.

b) (5p) inegalitatea: $\frac{2a-b}{a+b}+\frac{(a+b)(a-b)}{b^2}\cdot\frac{1}{6}+\frac{2a+b}{a-b}\geq 6$

2. Se consideră numerele reale x şi y cu proprietăţile: $x\cdot y=x+y$ şi $x>2015$. Demonstraţi că:

a) (5p) este adevărată egalitatea: $(x-1)\cdot(y-1)=1$;

b) (5p) partea fracţionară a numărului y este mai mică decât $\frac{1}{2014}$.

SUBIECTUL 2.

1) Fie expresia $E(x)=\left(\frac{2x}{x^2-2x}-\frac{4x+12}{(x+3)(x+2)(x-2)}+\frac{x^2}{x^2+2x}\right)\cdot\left(x-\frac{4}{x}\right)$.

a) (5p) Să se afle valorile lui x pentru care expresia este bine definită.
b) (5p) Aduceţi expresia la forma cea mai simplă.
c) (5p) Calculaţi $E(1)+E(3)+...+E(2015)$.

2) (5p) Arătaţi că numărul $x=\sqrt{7-2\sqrt{3}-2\sqrt{2}\cdot\sqrt{4-2\sqrt{3}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}}}$ este natural.

SUBIECTUL 3.

1) Fie paralelogramul $ABCD$ cu $m(\sphericalangle A)=60^0$. Pe perpendiculara în C pe planul (ABC) se ia punctul P.

a) (5p) Demonstraţi că $(PBC)\perp(PBD)$ dacă şi numai dacă $AB=2\cdot BC$.

b) (5p) Dacă AB = 2a, BC = a şi $PC=a\sqrt{3}$, aflaţi $d\left(A,\left(PBD\right)\right)$.

2) Se consideră cubul $ABCDA'B'C'D'$ de muchie a şi tetraedrul $DA'BC'$.

a) (7p) Arătaţi că $\frac{V_{cub}}{V_{DA'BC'}}=3$.

b) (3p) Dacă $V_{DA'BC'}=576\ cm^3$, aflaţi a şi apoi aria totală a cubului.

NOTĂ:
- *Fiecare subiect se punctează de la 0-20 puncte. Toate subiectele sunt obligatorii.*
- *Durata probei este de 120 minute din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.*
- *Elevul are dreptul să rezolve subiectele în orice ordine doreşte.*